

EViews を使った実践的ダイナミック・パネル分析入門

高橋 青天

1. ダイナミック・パネル分析とは

失業問題に関して、失業期間が長ければ長い個人ほど職を見つけることが困難であることが知られています。この原因として、1) 長期間失業すればするほど、職を得ようとする意欲が失われる、あるいは、2) 雇用者は長期失業者を雇用することを避ける、ということが考えられます。1) の効果は「**状態依存 (state dependent) 効果**」、2) の効果は「**観察されない異質性 (unobserved heterogeneity) 効果**」と呼ばれています。2) に関しては固定効果モデルや変量効果モデルで対処可能ですが、1) に関しては、これまでの静学的モデルでは対処不可能です。そこで、このような動学的な効果を処理するために、Arellano and Bond (1991) は、企業の雇用関数の測定にダイナミックパネルモデルを使った分析を行いました。

また、地方財政論や財政学においてもダイナミック・パネル分析が重要な分析方法として使われています。例えば、一般政府の意思決定行動は、家計行動と比較して「家計は、出を制し、政府は入を制する」としばしば言われています。言葉を換えて言えば、家計は与えられた所得のもとで消費を決めますが、国や地方政府は、先に支出計画（予算）を立て、その後その予算が実現可能なように税金や公債発行による収入を決定することを意味しています。このように、政府は、まず予算を立て歳出を決め、その後にそれに見合う歳入計画を立てるような制度（**予算過程**と呼ばれています）になっています。さらに、地方政府の行動は、国に補助金などでコントロールされ、受動的にしか行動しないと考えられています。しかしながら、このような制度的な仕組みから導かれる地方政府の行動仮説と、実際にどのように行動しているかは別問題であり、実証分析を行うことによってのみ明らかになります。これまでも、一般政府の行動仮説として、研究者により次のような行動仮説が提示されてきました。

- 1) **歳出が歳入を決定**：Niskanen (1971) で想定された、「**官僚の予算最大化仮説**」と、補助金による「**フライペーパー効果**」という官僚行動から導かれます。
- 2) **歳入が歳出を決定**：Barro (1979) で議論された「**課税平準化理論**」より導かれる仮説であり、社会的コストを小さくするために、政府は将来の歳出の増減を見越して、今期の歳入の調整を行います。
- 3) **歳入と歳出の同時決定**：歳出と歳入が中位投票者の最適水準に決まるという「**中位投票者仮**

説」などです。

4) **歳入と歳出の決定は、それぞれ独立**：歳出と歳入が、経験的にそれぞれ独立に決められているという仮説です。

仮説1) が、予算過程から導かれる地方政府行動です。ところが、これまでの地方政府行動の研究は、静学的な枠組みでの理論・実証研究が中心だったため、「課税平準化理論」などの動学モデル仮説を初めから除外してきました。したがって、実証分析を行う場合には、地方政府の異時点の行動を含むより一般的な動学モデルを想定して行う必要があります。このような分析は、最初、Holtz-Eakin et. al (1988), (1989) で試みられました。彼らは、1973年から1990年までの米国171の地方政府 (municipal government) に関するパネルデータを使いベクトル自己回帰 (VAR) 分析を行いました。そうして、歳入を地方政府の税収とした場合、「歳出が歳入を決める」という因果関係は統計的に棄却されるが、「歳入が歳出を決定する」という因果関係は統計的に棄却できないという結論を得ました。さらに Dahlberg and Johansson (2000) では、1979年から1987年までのスウェーデンにおける464地方政府に関するパネルデータを使い、歳出、税収、補助金に関するベクトル自己回帰 (VAR) モデルを計測し、「歳入が歳出を決定する」という因果関係が統計的に支持されるという結果を報告しています。このように、いずれの実証研究も、予算過程として考えられている行動よりも、地方政府は将来の歳入を見越した動学的な行動を採っていることが実証されました。

このように、ダイナミック・パネル分析は、主にクロス・セクション数が多く (100以上) で時系列数が比較的小さい (10以下) ミクロ・データを分析する労働経済学や公共経済学などの分野において重要な実証分析手段となっています。さらに近年では、クロス・セクション数が比較的小さく、時系列数が比較的大きな (約30以上) データを使ったマクロ経済成長理論の実証分析でも盛んに使われ始めています。重要なことは、分析対象のパネルデータの性質を理解し、それに適した推計方法を選択することです。

以下では、代表的なダイナミック・パネル分析の推計法である Anderson and Hsiao (1981) と Arellano and Bond (1991) による推計法を解説します。結論を先に言えば、マクロ・データのようにクロス・セクション数が小さく、時系列数が比較的大きい実証分析には Anderson-Hsiao 推計が適しており、クロス・セクション数が比較的大きく、時系列数が小さいミクロ・データには Arellano-Bond 推計が適しています。以下では、まず Arellano-Bond 推計を説明し、それと比較する方法で Anderson-Hsiao 推定を説明します。

2. VAR計測上の問題

Holtz-Earkin et. al (1988) では、次式が VAR モデルの一つの推計式として想定されています。

$$Y_{it} = \alpha_0 + \sum_{l=1}^m \alpha_l Y_{it-l} + \sum_{l=1}^m \delta_l X_{it-l} + f_i + \varepsilon_{it} \quad (i=1, \dots, N; t=1, \dots, m),$$

$$\varepsilon_{it} \sim N(0, \sigma^2), E(\varepsilon_{it} \varepsilon_{is}) = 0 \quad (t \neq s) \quad (1)$$

ここで、 f_i は、個体固定効果を表しています。第 2 章で詳しく説明されているように、ベクトル自己回帰分析は、計測式を最小二乗法で個別に計測します。

しかし、この統計モデルを直接計測すると、個別固定効果を持つため、バイアスを持つ推定量となります。したがって、個体固定効果 f_i を消去して階差 VAR モデルに変換して計測することにします。(1) 式の 1 階差分をとると、(2) 式が得られます。

$$Y_{it} - Y_{it-1} = \sum_{l=1}^m \alpha_l (Y_{it-l} - Y_{it-l-1}) + \sum_{l=1}^m \delta_l (X_{it-l} - X_{it-l-1}) + (\varepsilon_{it} - \varepsilon_{it-1})$$

$$(i=1, \dots, N; t=(m+2), \dots, T) \quad (2)$$

ところが、 $E(Y_{it-1} - \varepsilon_{it-1}) = E(\varepsilon_{it-1}^2) \neq 0$ より、差分で表された被説明変数と誤差項は相関を持つため、推定量はやはりバイアスを持ち、また「一貫性」も持たない推定量となります。言葉を変えていえば、このような推定量は統計的に無意味になります。

この問題を避けるため、時系列固定効果を表す時間に関するダミー変数や外生変数などの通常操作変数だけでなく、差分誤差項と無相関となる説明変数などを特殊操作変数として使った一般化最小二乗 (GLS) 推定法が Holtz-Earlin et. al (1988), (1989) で適用されました。この推定量と同値になる推定量として、Arellano and Bond (1991) や Dahlberg and Johansson (2000) は、その操作変数を「ウエイト行列」として使った、第 1 章で学んだ GMM 推定法を適用する推定法を提案しました。ここでは Arellano and Bond (1991) や Dahlberg-Johansson (2000) で用いられた GMM 推定法を EViews で実行する方法を説明します。

2. 1. Arellano-Bond 操作変数と GMM

ここでは、(1) 式と違い、説明を簡略化するために、ラグ $m=0$ で時間固定効果がない (3) 式で表される単純なケースを考えます。

$$Y_{it} = \alpha + \gamma Y_{it-1} + \beta X_{it} + v_i + \varepsilon_{it} \quad (i=1, \dots, N; t=1, \dots, T),$$

$$\varepsilon_{it} \sim N(0, \sigma^2), E(\varepsilon_{it} \varepsilon_{is}) = 0 \quad (t \neq s) \quad (3)$$

通常の静学パネルモデルと (0.3) 式の動学パネルモデルとの違いは、ラグ付被説明変数が説明変数として入ってくる点です。このため、2 節で説明したように、自己相関がない場合でも個体固有效果のためラグ付被説明変数 (Y_{it-1}) が攪乱項 (ε_{it}) と相関を持つてしまうという問題が発生します。

この問題を避けるために、Arellano and Bond (1991) と Dahlberg and Johansson (2000) は、

1階の差分を取った次の(4)式を一般化積率法(GMM)¹⁾で推定する方法を提案しました。ここで、

$$Y_{it} - Y_{it-1} = \gamma(Y_{it-1} - Y_{it-2}) + \beta(X_{it} - X_{it-1}) + (\varepsilon_{it} - \varepsilon_{it-1}) \quad (4)$$

あるいは、

$$\Delta Y_{it} = \gamma \Delta Y_{it-1} + \beta \Delta X_{it} + \Delta \varepsilon_{it} \quad (5)$$

と差分記号 Δ を使って表示されます。このように差分を取ることで、固定効果を表す v_i 項が消去されます。ここで、系列相関がなく $E(\varepsilon_{it}) = E(\varepsilon_{it}\varepsilon_{is}) = 0$ が成立しているという仮定の下で、(5)式より、 $(t-2)$ 期よりも前の期間に関して、すべての Y_{it} と X_{it-1} はお互いに無相関となり、したがって ΔY_{it-1} と $\Delta \varepsilon_{it}$ の間の相関を、 $(t-2)$ 期よりも前の期間に関して消去することができます。

このことを具体的に理解するため、時系列が3期間($T=3$)のデータを考えてみましょう。このとき、 $t=3$ 期に関して、(4)式は次式(6)のようになります。

$$t=3: Y_{i3} - Y_{i2} = \gamma(Y_{i2} - Y_{i1}) + \beta(X_{i3} - X_{i2}) + (\varepsilon_{i3} - \varepsilon_{i2}) \quad (6)$$

ここで、 Y_{i1} は $\Delta \varepsilon_{i3} = (\varepsilon_{i3} - \varepsilon_{i2})$ と明らかに相関を持っていませんが、 Y_{i1} は $(Y_{i2} - Y_{i1})$ とは明らかに強い相関を持ちます。したがって理想的な操作変数として使うことができます。時系列の期間が $t=4$ の時はどうでしょうか。この場合、新たに(7)式の関係が成立します。

$$t=4: Y_{i4} - Y_{i3} = \gamma(Y_{i3} - Y_{i2}) + \beta(X_{i4} - X_{i3}) + (\varepsilon_{i4} - \varepsilon_{i3}) \quad (7)$$

このとき、 Y_{i2} は $\Delta \varepsilon_{i4} = (\varepsilon_{i4} - \varepsilon_{i3})$ とは相関を持ちませんが、 Y_{i2} は $(Y_{i3} - Y_{i2})$ とは強い相関を持ちます。こうして、一般的に次の関係(直行条件)が成立します。

$$E[\mathbf{Z}_{it}\Delta \varepsilon_{it}] = \mathbf{0} \quad (t=1, \dots, T)$$

ただし、 $\mathbf{0}$ はゼロの要素からなる列ベクトル、 \mathbf{Z}_{it} は、 $(Y_{iT-2}, Y_{iT-3}, \dots, Y_{i1})$ から構成される列ベクトルです。先の議論から、 \mathbf{Z}_{it} は操作変数より構成されていることが分かります。

Arellano and Bond (1991) や Dahlberg and Johansson (2000) は、このようにして得られた以下の行列で表される操作変数からなるベクトル \mathbf{Z}_i をGMM推定量のウエイト行列(\mathbf{W}_i)として用いる推定方法を提唱しました。このときのウエイト行列は以下のように定義されます。

$$\mathbf{Z}_i = \begin{pmatrix} [Y_{i1}] & & & \mathbf{0} \\ & [Y_{i1}, Y_{i2}] & & \\ \mathbf{0} & & & [Y_{i1}, \dots, Y_{iT-2}] \end{pmatrix}$$

1) GMM推定量の詳しい説明は、北岡・高橋・溜川・矢野(2013)『EViewsで学ぶ実証分析の方法』(日本評論社)の第1章を参考にしてください。

ここで、もし X_{it} が $E(X_{it}\varepsilon_{is})=0 (t,s=1,2,\dots,T)$ を満たす強外生変数であったり、 $E(X_{it}\varepsilon_{is})\neq 0 (s<t)$ を満たす先決変数であったりする場合、 \mathbf{Z}_i にはそれらの外生変数が追加されます。EViews の操作上での便宜を考え、上記のように説明変数から構成される特殊操作変数行列を構成する要素を「**Arellano-Bond 操作変数**」と呼び、それ以外にこの行列に追加される説明変数に関する操作変数、例えば強外生変数や先決変数、さらに時間に関するダミー変数などを「**通常操作変数**」と呼び、両者を区別することにします。通常操作変数は差分変換されるか、あるいは、そのままの系列（レベル系列）で、この操作変数行列 \mathbf{Z}_i に追加されます。

Arellano and Bond (1991) は、このようにして構成された操作変数を使い、1-step GMM 推定のウエイト行列 \mathbf{W} として、以下の行列を用いることを提唱しました。

$$\mathbf{W}_1 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{Z}_i' \mathbf{H} \mathbf{Z}_i, \text{ ただし } \mathbf{H} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ -1 & 2 & -1 & \cdots & 0 \\ 0 & -1 & 2 & \ddots & 0 \\ & & \ddots & \ddots & \\ 0 & 0 & 0 & & 2 \end{pmatrix}$$

この推定量は、**二段階最小二乗推定量 (2SLS)** に等しくなります。

さらに、2-step GMM 推定では、1-step GMM の推定誤差を使った以下のウエイト行列を使うことを提唱しました。

$$\mathbf{W}_2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{Z}_i' \Delta \widehat{\varepsilon}_i \Delta \widehat{\varepsilon}_i' \mathbf{Z}_i$$

ただし、推定誤差は**時系列分散不均一性修正**（後で詳しく説明します）を行ったものを使います。また、攪乱項が系列相関も分散不均一性も持たない場合、1-step GMM 推定量は2-step GMM 推定量に比べて、より有効な推定量となります。

ここで、GMM 推定の1-step GMM で使われるウエイト行列 \mathbf{H} （詳しくは注1）を参照してください）に関して、第1章 GMM の説明と関連付けて説明をしておきます。通常の GMM 推定の場合 GMM のモーメント条件を表している第1章のウエイト行列 \mathbf{H} は以下のように表されました。

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

これは、第1章で説明されたように、「最良の GMM 推定量は、ウエイト行列がモーメント条件の共分散行列の逆行列に等しい時である」（これは証明の必要がありますが、証明されたものとします）という定理から導かれます。この定理からモーメント条件の共分散行列は

$$\Omega = \begin{bmatrix} m_1^2 & m_1 m_2 \\ m_2 m_1 & m_2^2 \end{bmatrix}$$

となります。ここで、もしも両変数が無相関であるとするれば、

$$\Omega = \begin{bmatrix} m_1^2 & m_1 m_2 \\ m_2 m_1 & m_2^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1^2 & 0 \\ 0 & m_2^2 \end{bmatrix}$$

となります。したがって、この場合の目的関数である二次形式は

$$J = (m_1 \quad m_2) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \end{pmatrix}$$

となり、所定のウエイト行列 \mathbf{H} が求められます。

ダイナミック・パネル分析のケースでは、もしモーメント条件の共分散行列が**系列相関なし**と**分散均一性**の仮定を満たすとすれば、以下ようになります。ただし、ウエイト行列の各項は、次の要領で計算します。

$$(\varepsilon_{it} - \varepsilon_{it-1})^2 = \varepsilon_{it}^2 - 2\varepsilon_{it}\varepsilon_{it-1} + \varepsilon_{it-1}^2 = 2\sigma_\varepsilon^2$$

$$(\varepsilon_{it} - \varepsilon_{it-1})(\varepsilon_{it+1} - \varepsilon_{it}) = \varepsilon_{it}\varepsilon_{it+1} - \varepsilon_{it}^2 - \varepsilon_{it-1}\varepsilon_{it+1} + \varepsilon_{it-1}\varepsilon_{it} = -\sigma_\varepsilon^2$$

したがって、

$$\begin{aligned} \Omega &= E(\Delta\varepsilon_i \Delta\varepsilon_i') = E \left\{ \begin{bmatrix} \varepsilon_{i3} - \varepsilon_{i2} \\ \varepsilon_{i4} - \varepsilon_{i3} \\ \vdots \\ \varepsilon_{iT} - \varepsilon_{iT-1} \end{bmatrix} (\varepsilon_{i3} - \varepsilon_{i2} \quad \varepsilon_{i4} - \varepsilon_{i3} \quad \cdots \quad \varepsilon_{iT} - \varepsilon_{iT-1}) \right\} \\ &= \sigma_\varepsilon^2 \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ -1 & 2 & -1 & \cdots & 0 \\ 0 & -1 & 2 & & 0 \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ 0 & & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} = \sigma_\varepsilon^2 \mathbf{H} \end{aligned}$$

こうして、「系列相関なし」と「分散均一性」という両仮定のもとで、所定のウエイト行列 \mathbf{H} が求められました。

以下では、**Dynamic Panel Wizard** に答えていくために必要な基礎知識の解説をします。EViews 8は非常に強力な計量ソフトです。したがって、データさえ入力すれば何らかの結果を出してくれます。しかしながら、この結果をどれほど信じて良いのかを判断するのは、EViews 使用者である我々です。このような判断を行うためには、ある程度推定方法に関する理解が必要であると思われるので GMM 推定法の概略をここまで説明してきました。

2. 2. ダイナミック・パネル・ウィザード

EViews では、図 1 のような **Dynamic Panel Wizard** が用意されており、各ダイアログ画面に答えていくことにより、ほぼ自動的にダイナミック・パネル分析を行うことができます。EViews の英語マニュアルには、Arellano and Bond (1991) から採られたデータを使った分析の実証例が載っています。Arellano and Bond (1991) では、被説明変数がラグ p を持つ、より一般的なモデルが想定されています。

$$\Delta Y_{it} = \sum_{j=1}^p \gamma_j \Delta Y_{it-j} + \beta \Delta X_{it} + \Delta \varepsilon_{it}$$

このように、先の統計モデルと違い、被説明変数が一般的なラグを持つ場合、ラグ数 p の値によっても Arellano-Bond 操作変数から構成されるウエイト行列の要素は変化します。例えば、 $p = 2$ の場合、以下ようになります。

$$\mathbf{Z}_i = \begin{pmatrix} [Y_{i1}, Y_{i2}] & & \mathbf{0} \\ & [Y_{i1}, Y_{i2}, Y_{i3}] & \\ \mathbf{0} & & [Y_{i1}, \dots, Y_{iT-2}] \end{pmatrix}$$

Arellano and Bond (1991) は、企業レベルのアンバランス・パネルデータ（企業数=140，期間=1976-1984）を使い、次の企業レベルの雇用関数を、先に解説した推計方法で計測しました。

$$N_{it} = \alpha_1 N_{it-1} + \alpha_2 N_{it-2} + \beta_1 W_{it} + \beta_2 W_{it-1} + \gamma_1 K_{it} + \gamma_2 K_{it-1} + \gamma_3 K_{it-2} \\ + \eta_1 YS_{it} + \eta_2 YS_{it-1} + \eta_3 YS_{it-2} + v_i + \mu_t + \varepsilon_{it}$$

ここで、 N_{it} ：第 i 企業の t 期末雇用量の対数值、 W_{it} ：第 i 企業の t 期末実質賃金の対数值、 K_{it} ：第 i 企業の t 期末資本ストックの対数值、 YS_{it} ：第 i 企業の t 期末産出額の対数值、 μ_t ：時系列ダミー、をそれぞれ示している。前述の GMM による計測結果は Arellano and Bond (1991) の TABLE 4 (290ページ) に報告されています。表 1 には、その結果の一部が掲載されています。

図1 ダイナミック・パネル画面

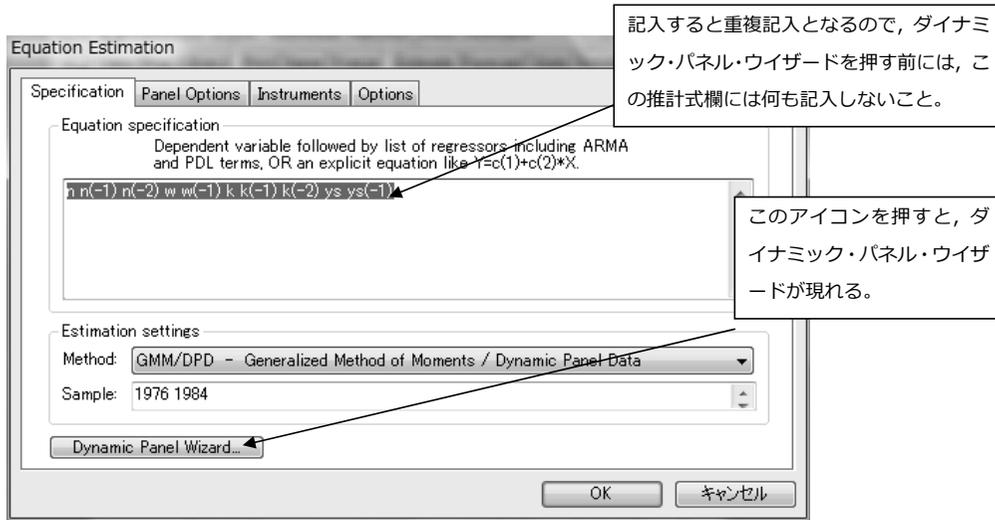


表1 Arellano and Bond の計測結果 (Table 4)

説明変数	(a1)	(a2)	(b)	(c)
N_{it-1}	0.686 (0.145)	0.629 (0.090)	0.474 (0.085)	0.800 (0.048)
N_{it-1}	-0.085 (0.056)	-0.065 (0.027)	-0.053 (0.027)	-0.116 (0.021)
W_{it}	-0.608 (0.178)	-0.526 (0.054)	-0.513 (0.049)	-0.640 (0.054)
W_{it-1}	0.393 (0.168)	0.311 (0.094)	0.225 (0.080)	0.220 (0.051)
K_{it}	0.357 (0.059)	0.278 (0.045)	—	—
K_{it-1}	-0.058 (0.073)	-0.014 (0.053)	—	—
K_{it-2}	-0.020 (0.033)	-0.040 (0.026)	—	—
YS_{it}	0.608 (0.172)	0.592 (0.116)	0.610 (0.109)	0.890 (0.098)
YS_{it-1}	-0.711 (0.232)	-0.566 (0.140)	-0.446 (0.123)	-0.875 (0.105)
YS_{it-2}	0.106 (0.141)	0.101 (0.113)	—	—

注) カッコの中は、標準誤差です。

以下では、EViewsを使った上記計測の追試を行うことにします。ここで使うデータは、EViewsがインストールされたフォルダーの、EViews Illustrated Dataの中に見つけることができます。また、モデル (b) のケースは、EViewsマニュアルに、この推計に関する解説が掲載されています。

2.3. モデル (a2) の実証手順

ステップ1: Quick/Estimate Equation/GMM/DPDを選択し、Dynamic Panel Wizard ボタンをクリックして、ウィザードを立ち上げます。このとき、重複記入を避けるため、Equation specification 欄の中には何も記入しません。このウィザードを使うことにより、自動的に記入されます。

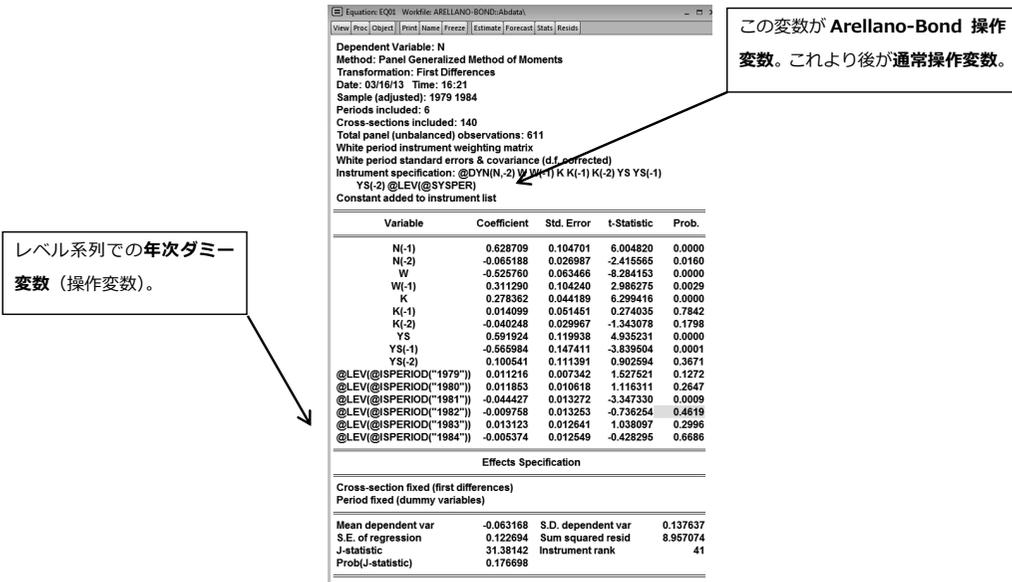
ステップ2 (Step 2 of 6) : ラグ付被説明変数以外の説明変数の特定化

時間効果を固定効果として計測するため、period dummy variables にチェックを入れます。さらに、チェックした下のカッコの中に、回帰モデルの説明変数を書き込みます。

ステップ3 (Step 3 of 6) : 変換方式の選択画面

いずれの統計モデルに関しても Arellano and Bond の推定量を実行するので、Differences を選択します。さらに、「時系列ダミーの差分を取らない」という選択にチェックを入れます。したがって、時系列ダミーは差分ではなくレベルのままの通常操作変数として使用されます。

図2 モデル (a2) の計測結果画面



ステップ3 (Step 4 of 6) : Arellano-Bond 操作変数の決定画面

- @DYN (N, -2) と記入。

このときの Arellano-Bond 操作変数から構成される行列は以下のようになります。

$$\mathbf{Z}_i = \begin{pmatrix} [Y_{i79}, Y_{i80}] & & & 0 \\ & [Y_{i79}, Y_{i80}, Y_{i81}] & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & [Y_{i79}, \dots, Y_{i84}] \end{pmatrix} \begin{matrix} 1979 \\ 1980 \\ \vdots \\ 1984 \end{matrix}$$

- @DYN (N, -2), @DYN (W, -2, -3), @DYN (K, -2, -3) と追加記入します。

この場合の Arellano-Bond 操作変数行列は次のようになります。

3. モデル定式化の問題

選択されたモデルが適当かどうかを診るために、「モデル定式化の検定」(specification test)を行う必要があります。Arellano-Bond 推定では、2種類の検定が行われます。第一は、モデル設定で仮定されている「自己相関なし」に関する検定です。第二は、操作変数によるモーメント制約の数が説明変数の数に比べて、過剰かどうかの「過剰操作変数の検定」を行います。次に、それぞれの検定方法を説明します。

3.1. 自己相関の検定

Arellano-Bond 推定では、攪乱項 (ε_{it}) は「いずれの自己相関も持たない」ことが仮定されています。この仮定のもとで、攪乱項の1階の差分 ($\Delta\varepsilon_{it}$) について以下の関係を示すことができます。

$$E(\Delta\varepsilon_{it}, \Delta\varepsilon_{it-1}) = E(\varepsilon_{it} - \varepsilon_{it-1}, \varepsilon_{it-1} - \varepsilon_{it-2}) = -E(\varepsilon_{it-1}, \varepsilon_{it-1}) \neq 0$$

したがって、1階の自己相関 AR (1) に関しては相関を持っています。しかし、 $\Delta\varepsilon_{it}$ は $\Delta\varepsilon_{it-k}$ ($k \geq 2$) とは、同様の計算から、2階以上の自己相関に関しては無相関：

$$E(\Delta\varepsilon_{it}, \Delta\varepsilon_{it-k}) = 0 \quad (k \geq 2)$$

となることが分かります。したがって、Arellano-Bond 推定ではこれらが「Arellano-Bond 自己相関検定」として、 $k=1$ と $k=2$ に関して EViews で報告されています。帰無仮説は「自己相関なし」です。したがって、もし想定通り自己相関がなければ、1階の差分自己相関 AR (1) に関して帰無仮説は棄却されず、2階の自己相関 AR (2) に関しては棄却されます。EViews では以下の手順で行います。

- EViews での手順：Equation 画面 /View/Residual Diagnostic/Arellano-Bond Serial Correlation Test
モデル (a2) とモデル (c) に関する Arellano-Bond 自己相関検定の結果が以下の表で示されています。いずれのモデルも仮定を満たしています。

モデル (a2) の結果

Test order	m-Statistic	rho	SE (rho)	Prob.
AR (1)	-3.030206	-3.006586	0.992205	0.0024
AR (2)	-0.410370	-0.108925	0.265432	0.6815

モデル (c) の結果

Test order	m-Statistic	rho	SE (rho)	Prob.
AR (1)	-4.070902	-3.773778	0.927013	0.0000
AR (2)	-0.677000	-0.206207	0.304589	0.4984

最後に注意すべきことは、サンプル期間 (T) が $T \geq 5$ でなければ、 $\Delta \varepsilon_{it-2}$ を計算できないということです。この場合は、検定結果は報告されません。

3. 2. 過剰識別制約の検定

この検定は、EViews の結果で報告されている GMM 推計の目的関数の値である **J-statistic** の値を使い、操作変数に関する外生性の検定である**サーガン-ハンセン検定**を実行します。一般的に、サーガン検定とハンセン検定は同一でなく、ここでの J-statistics は GMM 目的関数の値であり、ハンセン検定となっています。したがって、この帰無仮説は、「**操作変数の数は過剰でない**」という仮説です。いま、 k : 推計すべき係数の数 (あるいは、説明変数の数、ここでは13)、 q : instrument rank (操作変数の数、ここでは、59) のとき、J-statistic は自由度 ($q-k$) の χ^2 乗分布をします。帰無仮説が棄却されたときは、使われている操作変数の再検討が必要になります。この P-値は **P (J-statistic)** で報告されています。モデル (a2) では P-値が0.167、また、モデル (c) のケースでは、P-値が0.0989となり、5 %有意水準で、両者とも帰無仮説を棄却できません。したがって、両モデルに関して操作変数の再検討をする必要はありません。

この検定が重要となる理由は、Arellano-Bond 操作変数を追加したとき、操作変数が大量に作成されるからです。いま、時系列数 : T 、クロス・セクション数 : N としたとき、生成される Arellano-Bond 操作変数の数は $[(T-1)(T-2)/2-1]$ 個となります。したがって、 T が十分小さくないかぎり、大量の操作変数が生成されてしまいます。最悪の場合、Arellano-Bond 操作変数と通常の操作変数の総計が N を超えてしまい、Two-step GMM で生成される行列が非正則 (singular) となってしまいます。このことから、**Arellano-Bond GMM 推計は、十分大きな個体数 N と、それと比べて十分小さなサンプル期間 T を持つデータに関してのみ適用可能であることが分かります。**

4. Arellano-Bond 操作変数について

モデル (a2) とモデル (c) の Arellano-Bond 推計で、GMM 推定を行うときに選ばれる特殊操作変数 (**「Arellano-Bond 操作変数」**) に関して、具体的にここで解説したいと思います。次のような推定式を考えましょう。 X_{it} は外生的に決まる変数で、 v_i は誤差項に含まれる固有効果を表す変数とします。このようにダイナミックモデルでは、ラグ付き被説明変数が説明変数として入ってくるため、自己相関がない場合でも、

$$E[\varepsilon_{it}^* Y_{it-1}] = E[\varepsilon_{it}^* (\alpha + \gamma Y_{it-2} + \beta X_{it-1} + v_i + \varepsilon_{it-1})] \neq 0$$

となり、固有効果 v_i のため、誤差項 ε_{it}^* と説明変数 Y_{it-1} が相関を持ってしまい、推定量がバイアスを持つという重大な問題が発生します。このとき、固有効果を消去するために差分を取ると、

$$Y_{it} - Y_{it-1} = \gamma(Y_{it-1} - Y_{it-2}) + \beta(X_{it} - X_{it-1}) + (\varepsilon_{it} - \varepsilon_{it-1})$$

となり、 Y_{it-2} と $\Delta\varepsilon_{it} = (\varepsilon_{it} - \varepsilon_{it-1})$ が無相関となります。こうして、サンプル期間（1976年から1984年）に関して、このように無相関となる変数を操作変数（「Arellano-Bond 操作変数」）として使い GMM 推定を行うのが Arellano-Bond 推定です。EViews では Arellano-Bond 操作変数は、最小ラグ = a, 最大ラグ = b のとき、@DNY (Y, -a, -b) と表示します。最小ラグ = 2, 最大ラグ = 制約なしのとき @DYN (Y, -2), 最小ラグ = 3, 最大ラグ = 制約なしでは @DYN (Y, -3) と表示されます。これらの操作変数は、被説明変数のラグ数にも依存することに注意しましょう。理解を深めるため、いま具体的に1976年から1984年のサンプル期間に関して、被説明変数最大ラグ = 2 の場合と被説明変数最大ラグ = 3 の場合を考えてみます。被説明変数の最大ラグ = 2 の場合には、1976年から1984年の各期において、以下の関係が成立しています。したがって、矢印で示されているのが Arellano-Bond 操作変数として使用可能です。被説明変数の最大ラグ 3 = の場合も同様に考えることができます。

〈最大ラグ = 2 : @DYN (Y, -2)〉

$$\begin{aligned} Y_{79} - Y_{78} &= \gamma_1(Y_{78} - Y_{77}) + \gamma_2(Y_{77} - Y_{76}) + \Delta\varepsilon_{79} &\Rightarrow (Y_{76}, Y_{77}) \\ Y_{80} - Y_{79} &= \gamma_1(Y_{79} - Y_{78}) + \gamma_2(Y_{78} - Y_{77}) + \Delta\varepsilon_{80} &\Rightarrow (Y_{76}, Y_{77}, Y_{78}) \\ Y_{81} - Y_{80} &= \gamma_1(Y_{80} - Y_{79}) + \gamma_2(Y_{79} - Y_{78}) + \Delta\varepsilon_{81} &\Rightarrow (Y_{76}, Y_{77}, Y_{78}, Y_{79}) \\ Y_{82} - Y_{81} &= \gamma_1(Y_{81} - Y_{80}) + \gamma_2(Y_{80} - Y_{79}) + \Delta\varepsilon_{82} &\Rightarrow (Y_{76}, Y_{77}, Y_{78}, Y_{79}, Y_{80}) \\ Y_{83} - Y_{82} &= \gamma_1(Y_{82} - Y_{81}) + \gamma_2(Y_{81} - Y_{80}) + \Delta\varepsilon_{83} &\Rightarrow (Y_{76}, Y_{77}, Y_{78}, Y_{79}, Y_{80}, Y_{81}) \\ Y_{84} - Y_{83} &= \gamma_1(Y_{83} - Y_{82}) + \gamma_2(Y_{82} - Y_{81}) + \Delta\varepsilon_{84} &\Rightarrow (Y_{76}, Y_{77}, Y_{78}, Y_{79}, Y_{80}, Y_{81}, Y_{82}) \end{aligned}$$

〈最大ラグ = 2 : @DYN (Y, -3)〉

$$\begin{aligned} Y_{79} - Y_{78} &= \gamma_1(Y_{78} - Y_{77}) + \gamma_2(Y_{77} - Y_{76}) + \Delta\varepsilon_{79} &\Rightarrow (Y_{76}) \\ Y_{80} - Y_{79} &= \gamma_1(Y_{79} - Y_{78}) + \gamma_2(Y_{78} - Y_{77}) + \Delta\varepsilon_{80} &\Rightarrow (Y_{76}, Y_{77}) \\ Y_{81} - Y_{80} &= \gamma_1(Y_{80} - Y_{79}) + \gamma_2(Y_{79} - Y_{78}) + \Delta\varepsilon_{81} &\Rightarrow (Y_{76}, Y_{77}, Y_{78}) \\ Y_{82} - Y_{81} &= \gamma_1(Y_{81} - Y_{80}) + \gamma_2(Y_{80} - Y_{79}) + \Delta\varepsilon_{82} &\Rightarrow (Y_{76}, Y_{77}, Y_{78}, Y_{79}) \\ Y_{83} - Y_{82} &= \gamma_1(Y_{82} - Y_{81}) + \gamma_2(Y_{81} - Y_{80}) + \Delta\varepsilon_{83} &\Rightarrow (Y_{76}, Y_{77}, Y_{78}, Y_{79}, Y_{80}) \\ Y_{84} - Y_{83} &= \gamma_1(Y_{83} - Y_{82}) + \gamma_2(Y_{82} - Y_{81}) + \Delta\varepsilon_{84} &\Rightarrow (Y_{76}, Y_{77}, Y_{78}, Y_{79}, Y_{80}, Y_{81}) \end{aligned}$$

〈最大ラグ = 3 : @DYN (Y, -2)〉

$$Y_{80} - Y_{79} = \gamma_1(Y_{77} - Y_{76}) + \gamma_2(Y_{78} - Y_{77}) + \gamma_3(Y_{79} - Y_{78}) + \Delta\epsilon_{80} \Rightarrow (Y_{76}, Y_{77}, Y_{78})$$

$$Y_{81} - Y_{80} = \gamma_1(Y_{78} - Y_{77}) + \gamma_2(Y_{79} - Y_{78}) + \gamma_3(Y_{80} - Y_{79}) + \Delta\epsilon_{81} \Rightarrow (Y_{76}, Y_{77}, Y_{78}, Y_{79})$$

$$Y_{82} - Y_{81} = \gamma_1(Y_{79} - Y_{78}) + \gamma_2(Y_{80} - Y_{79}) + \gamma_3(Y_{81} - Y_{80}) + \Delta\epsilon_{82} \Rightarrow (Y_{76}, Y_{77}, Y_{78}, Y_{79}, Y_{80})$$

$$Y_{83} - Y_{82} = \gamma_1(Y_{80} - Y_{79}) + \gamma_2(Y_{81} - Y_{80}) + \gamma_3(Y_{82} - Y_{81}) + \Delta\epsilon_{83} \Rightarrow (Y_{76}, Y_{77}, Y_{78}, Y_{79}, Y_{80}, Y_{81})$$

$$Y_{84} - Y_{83} = \gamma_1(Y_{81} - Y_{80}) + \gamma_2(Y_{82} - Y_{81}) + \gamma_3(Y_{83} - Y_{82}) + \Delta\epsilon_{84} \Rightarrow (Y_{76}, Y_{77}, Y_{78}, Y_{79}, Y_{80}, Y_{81}, Y_{82})$$

このように、被説明変数の最大ラグ数によっても Arellano-Bond 操作変数が変わることに注意してください。「Dynamic Panel Wizard」では、このラグの値は「最大ラグ」で指定します。さらに外生変数も Arellano-Bond 操作変数として加えることができます。例えば、最大ラグ = 2 の場合、@DNY (Y, -2) に Arellano-Bond 操作変数として説明変数 X を最小ラグ = 2, 最大ラグ = 3 (@DNY (X, -2, -3)) の Arellano-Bond 操作変数として追加すると、Arellano-Bond 操作変数は以下のようになります。

〈最大ラグ = 2 : @DNY (Y, -2), @DNY (X, -2, -3)〉

$$(Y_{76}, Y_{77}) \Rightarrow (Y_{76}, Y_{77}; X_{76}, X_{77})$$

$$(Y_{76}, Y_{77}, Y_{78}) \Rightarrow (Y_{76}, Y_{77}, Y_{78}; X_{77}, X_{78})$$

$$(Y_{76}, Y_{77}, Y_{78}, Y_{79}) \Rightarrow (Y_{76}, Y_{77}, Y_{78}, Y_{79}; X_{78}, X_{79})$$

$$(Y_{76}, Y_{77}, Y_{78}, Y_{79}, Y_{80}) \Rightarrow (Y_{76}, Y_{77}, Y_{78}, Y_{79}, Y_{80}; X_{79}, X_{80})$$

$$(Y_{76}, Y_{77}, Y_{78}, Y_{79}, Y_{80}, Y_{81}) \Rightarrow (Y_{76}, Y_{77}, Y_{78}, Y_{79}, Y_{80}, Y_{81}; X_{80}, X_{81})$$

$$(Y_{76}, Y_{77}, Y_{78}, Y_{79}, Y_{80}, Y_{81}, Y_{82}) \Rightarrow (Y_{76}, Y_{77}, Y_{78}, Y_{79}, Y_{80}, Y_{81}, Y_{82}; X_{81}, X_{82})$$

これらの Arellano-Bond 操作変数以外に、説明変数やラグ付き説明変数、さらに時系列固定効果を表す時系列ダミーや定数項などを「通常操作変数」として追加し、GMM 推定を行うのが Arellano-Bond 推計です。

4. 1. 注意点

これまで Arellano and Bond (1991) で提唱された推定量を説明しましたが、Arellano-Bond 推定量は、次の場合に推定量が下方バイアスを持つことが知られています。

- ・自己相関過程が強い場合。
- ・固定効果の分散が誤差項の分散よりも大きくなる場合。

これらの対処法としては、次を満たす差分の被説明変数を新たな操作変数として Arellano-Bond 操作変数に追加し

$$E(\varepsilon_{it}^* \Delta Y_{it-1}) = 0 \quad i = 1, \dots, N; t = 3, 4, \dots, T.$$

レベルと差分の両系列に関して**システム GMM 推定量**で推定するという計測方法が Blundell and Bond (1998) で提案されています。詳しくは, Baltagi (2005) の第 8 章を参照してください。EViews では、この推定方法は提供されていません。

4. 2. 時系列分散不均一性に関して

ここまでの分析では、攪乱項 (ε_{it}) に関して次の分散均一性の仮定が置かれていました。

$$E(\varepsilon_{it}, \varepsilon_{js}) = \begin{cases} \sigma^2 & i = j \text{ かつ } s = t \\ 0 & \text{その他} \end{cases} \Rightarrow \begin{pmatrix} \sigma^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma^2 \end{pmatrix}$$

パネルデータの場合は、横断面と時系列の 2 種類から構成されるので、通常のデータに比べてこれらの問題はより複雑になることが想像されます。実際、次の 4 つのケースが問題となります²⁾。

- ・横断面分散不均一性 (Cross-section Heteroskedasticity)

$$E(\varepsilon_{it}, \varepsilon_{js}) = \begin{cases} \sigma_i^2 & i = j \text{ かつ } s = t \\ 0 & \text{その他} \end{cases} \Rightarrow \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_2^2 \end{pmatrix}$$

- ・時系列分散不均一性 (Period Heteroskedasticity)

$$E(\varepsilon_{it}, \varepsilon_{js}) = \begin{cases} \sigma_t^2 & i = j \text{ かつ } s = t \\ 0 & \text{その他} \end{cases} \Rightarrow \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_1^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_2^2 \end{pmatrix}$$

(2) $i, t = 1, 2$ の場合、分散共分散行列がどのように表示されるか、各定義の右に行列されています。

- ・同時相関誤差 (Contemporaneously correlated errors)

$$E(\varepsilon_{it}, \varepsilon_{js}) = \begin{cases} \sigma_{ij}^2 & s = t \\ 0 & \text{その他} \end{cases} \Rightarrow \begin{pmatrix} \sigma_{11}^2 & 0 & \sigma_{12}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{12}^2 & 0 & \sigma_{12}^2 \\ \sigma_{21}^2 & 0 & \sigma_{21}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{21}^2 & 0 & \sigma_{22}^2 \end{pmatrix}$$

- ・系列相関

$$E(\varepsilon_{it}, \varepsilon_{js}) = \begin{cases} \sigma_{st}^2 & i = j \\ 0 & \text{その他} \end{cases}$$

このように、4種類のケースを考えることができますが、EViewsのDynamic Panel Wizardで以下の2種類の修正方法から選択します。これらの修正により、標準誤差が修正され、正しいt検定を行うことができるようになります。

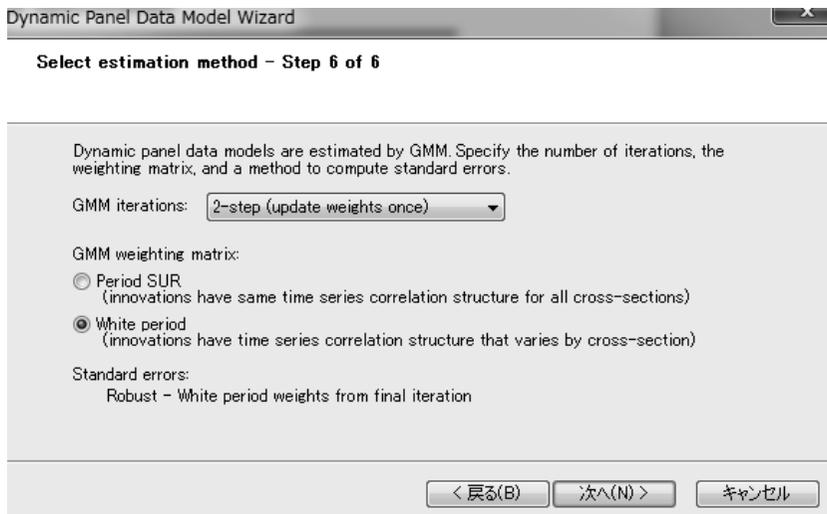
- 1) 時系列分散不均一性と系列相関の修正 : White period
- 2) 時系列分散不均一性の修正 : Period SUR (PCSE)

通常、パネル分析では分散不均一性の問題が必ず生じていると考えられるので、上記のいずれかの修正を行って標準誤差を修正しておくのが無難です。

〈EViews での操作法〉

パネル推定画面から、以下に示されるオプション画面 (Panel Options) で修正方法を選択します。

図4 ステップ6



5. 実証例：Dahlberg and Johansson による地方政府行動の分析

ここでは、Greene (2008, p.476) で Example 15.10として取り上げられている Dahlberg and Johansson (2000) の論文を取り上げ、追試を試みます。

前にも説明しましたが、Dahlberg and Johansson (2000) は、1979年から1987年までのスウェーデンにおける464地方政府に関するパネルデータを使い、歳出、税収、補助金に関して Arellano-Bond GMM 推計を行いました。そこでは、Holtz-Eakin らの結果と同様に、「歳入が歳出を決定する」という因果関係が統計的に支持されるという実証結果を得ています。したがって、両論文の計測結果として、地方政府行動仮説の中で、課税平準化理論などの地方政府行動が支持されると結論できます。Dahlberg and Johansson (2000) は、基本的に Arellano and Bond (1991) の計測方法を適用します。いま、歳入、歳出、補助金のパネルデータをそれぞれ E_{it} , R_{it} , G_{it} , と表示します。各データは1985年の物価指数で実質化されています。また、地方政府の行動を分析対象とするため、地方政府への補助金が説明変数として追加されています。このとき Dahlberg and Johansson (2000) は、次の動学モデル式 (8) から出発します。

$$E_{it} = \alpha_{0t} + \sum_{l=1}^m \alpha_l E_{it-l} + \sum_{l=1}^m \delta_l R_{it-l} + \sum_{l=1}^m \pi_l G_{it-l} + f_i + u_{it} \quad (8)$$

$$(i = 1, \dots, N; t = m+1, \dots, T)$$

これを差分で表すと、式 (9) の**歳出モデル**となります。

$$\Delta E_{it} = \Delta \alpha_{0t} + \sum_{l=1}^m \alpha_l \Delta E_{it-l} + \sum_{l=1}^m \delta_l \Delta R_{it-l} + \sum_{l=1}^m \pi_l \Delta G_{it-l} + \Delta u_{it} \quad (9)$$

$$(i = 1, \dots, N; t = m+2, \dots, T)$$

同様に、歳出と補助金に関しても、それら変数の差分 ΔR_{it} , ΔG_{it} を使い、以下の (10) と (11) 式のような**歳入モデル**と**補助金モデル**に変換できます。

$$\Delta R_{it} = \Delta \delta_{0t} + \sum_{l=1}^m \alpha_l \Delta E_{it-l} + \sum_{l=1}^m \delta_l \Delta R_{it-l} + \sum_{l=1}^m \pi_l \Delta G_{it-l} + \Delta u_{it} \quad (10)$$

$$(i = 1, \dots, N; t = m+2, \dots, T)$$

$$\Delta G_{it} = \Delta \pi_{0t} + \sum_{l=1}^m \alpha_l \Delta E_{it-l} + \sum_{l=1}^m \delta_l \Delta R_{it-l} + \sum_{l=1}^m \pi_l \Delta G_{it-l} + \Delta u_{it} \quad (11)$$

$$(i = 1, \dots, N; t = m+2, \dots, T)$$

上記の各モデルに関して、Dahlberg and Johansson (2000) は次の手順で計量分析を行いました。

- 1) 最大ラグ $m = 3$ とし、各種ラグの統計モデルを Arellano and Bond ダイナミック・パネル分析します。
- 2) 各種ラグの統計モデルで使われる GMM 推計のモーメント条件に関して、帰無仮説：「モーメント条件が適切である」、のもとでの J-統計量 (J-statistic) を使いモデル選択を行います。
- 3) さらに、 $m = 3$ の J-statistic と自由度を $Q3, df3$, $m = 2$ のそれらを $Q2, df2$, $m = 1$ と $m = 0$ のそれを、それぞれ $Q1, Q0, df1, df0$ と表示します。このとき、 $(Q3-Q2)$, $(Q2-Q1)$, $(Q1-Q0)$ の各統計量を計算します。これら統計量は、帰無仮説：「ラグ制約が有効である」のもとで、それぞれ自由度 $(df2-df3)$, $(df1-df2)$, $(df0-df1)$ のカイ二乗分布をすることが知られています。したがって、これを使いモデルのラグ選択を行います。

これらの仮説検定に、通常使われる漸近的臨界値ではなく、ブートストラップ法で得られたブート臨界値を用いた検定を行っています。ブートストラップ法を用いる理由は、彼らがモンテカルロ実験で示したように、漸近的臨界値を使った検定が正しい帰無仮説を棄却しやすいためです。残念ながら、EViews の **resample** というコマンドを使ってブート臨界値を計算することはできません。その理由は、resample を適用する標本が、母集団と同様に GMM 推定を行うための条件である操作変数の直行条件を必ずしも満たさないからです。とくに過剰な操作変数がある場合はなおさら直行条件を満たしません。この場合、通常のブートストラップ法を行うと、ますますバイアスの度合いを大きくしてしまいます。したがって、GMM 推定でのブートストラップは、Hall and Horowitz (1996) で提示されたように、モーメント条件を満たすように修正する必要があります。このためには、GMM 推定量のウエイト行列を取り出す必要がありますが。EViews では、残念ながら、これを実行できません。したがって本稿では、漸近分布で得られた臨界値を使うことにします。実証結果は、歳出モデルのみに関して行います。歳入モデルと補助金モデルに関する追試は、読者各自が行ってみてください。

5. 1. EViews での追試

ここでは、Dahlberg and Johansson (2000) の歳出モデルの追試を行います。先にも述べたように、歳出、歳入、補助金などのモデルをすべて行うスペースがありませんので、ここでは歳出モデル (Expenditure Model) に関してのみの追試を行います。EViews の結果はラグ 3 モデルに関してのみ掲載されています。他のラグに関しては、Dynamic Panel Wizard の初期画面の被説明変数のラグ設定を 2 あるいは 1 とするだけで、操作変数の設定などの後の設定画面の変更をまったくせずに分析を行えます。追試上注意すべきことは、次の 2 点です。1. 期間ダミー変数の差分を取るように設定します。これは Wizard の **Step 3 of 6** で「Do not transform period dummy variables」にデフォルトでついているチェックを外します。2. Wizard の **Step 6 of 6** で、GMM 推定として **2-step 推定** と **Robust-White period weights** を選択します。結果は図 6.5 に示されています。

図5 ラグ=3, 歳出モデルの2-step 推計結果

Equation: EQ01 Workfile: DAHLBERG:Dahlberg									
View	Proc	Object	Print	Name	Freeze	Estimate	Forecast	Stats	Resids
Dependent Variable: SPD									
Method: Panel Generalized Method of Moments									
Transformation: First Differences									
Date: 04/24/13 Time: 15:13									
Sample (adjusted): 1983 1987									
Periods included: 5									
Cross-sections included: 265									
Total panel (balanced) observations: 1325									
White period instrument weighting matrix									
White period standard errors & covariance (d.f. corrected)									
Instrument specification: @DYN(SPD,-2) @SYSPPER									
Constant added to instrument list									
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.					
SPD(-1)	1.218432	0.345201	3.529634	0.0004					
SPD(-2)	-0.125150	0.254813	-0.491146	0.6234					
SPD(-3)	-0.633545	0.242307	-2.614637	0.0090					
REVN(-1)	-1.161126	0.396038	-2.931857	0.0034					
REVN(-2)	0.284133	0.301014	0.943919	0.3454					
REVN(-3)	0.752483	0.305952	2.459479	0.0140					
GRAT(-1)	-0.103936	0.947764	-0.109665	0.9127					
GRAT(-2)	1.574083	0.840369	1.873085	0.0613					
GRAT(-3)	2.197414	0.812331	2.705070	0.0069					
@SPERIOD("1983")	-382.8218	29.62998	-12.92008	0.0000					
@SPERIOD("1984")	-399.6910	68.73327	-5.815102	0.0000					
@SPERIOD("1985")	-330.2961	77.91351	-4.239266	0.0000					
@SPERIOD("1986")	-295.1484	86.64423	-3.406440	0.0007					
@SPERIOD("1987")	-224.0891	80.93759	-2.768666	0.0057					
Effects Specification									
Cross-section fixed (first differences)									
Period fixed (dummy variables)									
Mean dependent var	-23.74625	S.D. dependent var	194.3852						
S.E. of regression	242.9431	Sum squared resid	77377017						
J-statistic	20.85981	Instrument rank	30						
Prob(J-statistic)	0.183962								

Dahlberg and Johansson (2000) には推計結果が掲載されていませんが、Greene (2008, p.479) の表 15.4 には 1-step 推定での 3 ラグ歳出モデルの計測結果が報告されています。我々の 1-step 推定とほぼ同じ結果が得られていますが、1-step 推定では、Arellano-Bond 自己相関検定結果は必要な条件を満たしていますが、サーガン検定では、漸近分布による検定では P-値が 0.003 となるので条件を満たしていません。2-step 推定では、両方の仮説検定をクリアしていますので、2-step 推定の結果のみを掲載しておきます。したがって、Greene (2008) で報告されている推定結果とは違っていています。ここで、SPD：歳出、REVN：歳入、GRAT：補助金をそれぞれ表しています。

結果は、t-検定の P 値から、ラグ 1 とラグ 2 の歳出係数、ラグ 3 の歳入係数、ラグ 3 の補助金係数が統計的に有意となっています。

6. Anderson-Hsiao 推定と実証

Arellano-Bond 推計で想定した統計モデルから始めましょう。

$$Y_{it} = \alpha + \gamma Y_{it-1} + \beta X_{it} + v_i + \varepsilon_{it} \quad (i=1, \dots, N; t=1, \dots, T),$$

$$\varepsilon_{it} \sim N(0, \sigma^2), E(\varepsilon_{it} \varepsilon_{is}) = 0 \quad (t \neq s)$$

この統計モデルを、固定効果を持つパネル分析の常套手段である**ダミー変数最小二乗法 (LSDV)**で推計しようとする、説明変数にラグ付被説明変数を含むためバイアスを持つ推計となってしまいます。ここでは、時系列数がそれほど大きくないケースを考えます。まず固定効果を消去するため、差分を取ることで次回の推計式が得られます。

$$Y_{it} - Y_{it-1} = \gamma(Y_{it-1} - Y_{it-2}) + \beta(X_{it} - X_{it-1}) + (\varepsilon_{it} - \varepsilon_{it-1})$$

$(Y_{it-1} - Y_{it-2})$ は誤差項 $(\varepsilon_{it} - \varepsilon_{it-1})$ と相関します。また、 Y_{it-2} と $(Y_{it-2} - Y_{it-3})$ は誤差項と相関を持ちませんが $(Y_{it-1} - Y_{it-2})$ とは強い相関を持ちます。したがって、操作変数としての条件を満たします。Anderson and Hsiao (1981) は、これらを操作変数として使い、上記差分モデルを2段階最小二乗法 (TSLS) で推計しました。もし時系列に関する固定効果がある場合は、固定効果ダミー変数で処理します。

2. 3節で実証した Arellano and Bond (1991) で使われたデータを使いモデル (a2) を推計し結果を比較してみます。この差分モデル (a2) は、説明変数に $(N_{it-1} - N_{it-2})$ と $(N_{it-2} - N_{it-3})$ を含んでいますので、 N_{it-3} と $(N_{it-3} - N_{it-4})$ が操作変数の候補となります。比較のため、Arellano (1989) に従い以下の2種類の異なる操作変数を使うモデルを想定します。

- **モデル 1** : dn (-3) dn (-2) dw dw (-1) dk dk (-1) dk (-2) dys dys (-1) dys (-2)
yr1976 yr1977 yr1978 yr1979 yr1980 yr1981 yr1982 yr1983 yr1984
- **モデル 2** : n (-3) dn (-2) dw dw (-1) dk dk (-1) dk (-2) dys dys (-1) dys (-2)
yr1976 yr1977 yr1978 yr1979 yr1980 yr1981 yr1982 yr1983 yr1984

さらに、時系列固定効果を想定し、これをダミー変数で処理します。結果は以下の通りです。両モデルの唯一の違いは、操作変数として3期ラグの被説明変数の差分系列を使うか、3期ラグの被説明変数のレベル系列を使うかです。Arellano (1989) は、 $N=100$ 、 $T=7$ の場合の漸近標準誤差をシュミレーションし、モデル1よりもモデル2の漸近標準誤差がより小さくなるので、操作変数としてレベル系列のラグ変数を使うことを提唱しています。ここでの結果は、逆にモデル2の漸近標準誤差がモデル1よりも大きくなっています。さらに、モデル2の結果を Arellano-Bond 推計で行ったモデル (a2) と比較すると、いずれの係数の標準誤差もモデル (a2) のそれらよりもずっと大きくなっています。

したがって、統計的に有意な係数が大幅に少なくなっています。このように、Arellano-Bond 推計は AH 推計にくらべてより有効な推定量となっています。時系列方向のデータが小さな場合は、Arellano-Bond 推計は AH 推定量にくらべて有効な推定量であることが分かります。

図6 モデル1とモデル2のAH推定結果

Dependent Variable: DN
Method: Panel Two-Stage Least Squares
Date: 05/11/13 Time: 12:26
Sample (adjusted): 1979 1984
Periods included: 6
Cross-sections included: 140
Total panel (unbalanced) observations: 611
White cross-section standard errors & covariance (d.f. corrected)
WARNING: estimated coefficient covariance matrix is of reduced rank
Instrument specification: C N(-3) DN(-2) DW DW(-1) DK DK(-1) DK(-2)
DYS DYS(-1) DYS(-2) YR1976 YR1977 YR1978 YR1979 YR1980
YR1981 YR1982 YR1983 YR1984
Constant added to instrument list

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.013244	0.019034	0.695809	0.4868
DN(-1)	2.307628	1.425721	1.618569	0.1061
DN(-2)	-0.224028	0.164145	-1.364819	0.1728
DW	-0.810363	0.205348	-3.946283	0.0001
DW(-1)	1.422247	0.715036	1.989057	0.0472
DK	0.253098	0.105704	2.394410	0.0170
DK(-1)	-0.552462	0.517302	-1.067967	0.2860
DK(-2)	-0.212636	0.192476	-1.104741	0.2697
DYS	0.990582	0.228182	4.341192	0.0000
DYS(-1)	-1.937908	0.833793	-2.324209	0.0205
DYS(-2)	0.487077	0.245377	1.985018	0.0476

Effects Specification

Period fixed (dummy variables)			
R-squared	-1.958490	Mean dependent var	-0.068347
Adjusted R-squared	-2.033074	S.D. dependent var	0.143721
S.E. of regression	0.260300	Sum squared resid	37.27691
F-statistic	30.59620	Durbin-Watson stat	2.872977
Prob(F-statistic)	0.000000	Second-Stage SSR	7.113276
Instrument rank	16		

Dependent Variable: DN
Method: Panel Two-Stage Least Squares
Date: 05/11/13 Time: 12:37
Sample (adjusted): 1980 1984
Periods included: 5
Cross-sections included: 140
Total panel (unbalanced) observations: 471
White cross-section standard errors & covariance (d.f. corrected)
WARNING: estimated coefficient covariance matrix is of reduced rank
Instrument specification: C DN(-3) DN(-2) DW DW(-1) DK DK(-1) DK(-2)
DYS DYS(-1) DYS(-2) YR1976 YR1977 YR1978 YR1979 YR1980
YR1981 YR1982 YR1983 YR1984
Constant added to instrument list

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.013674	0.014175	-0.964661	0.3352
DN(-1)	1.422762	0.961961	1.479022	0.1398
DN(-2)	-0.164552	0.079139	-2.079281	0.0381
DW	-0.752467	0.166576	-4.517271	0.0000
DW(-1)	0.962758	0.773489	1.244696	0.2139
DK	0.322169	0.035015	9.200910	0.0000
DK(-1)	-0.324877	0.271189	-1.197973	0.2315
DK(-2)	-0.095394	0.118062	-0.808001	0.4195
DYS	0.766090	0.227777	3.363333	0.0008
DYS(-1)	-1.361875	0.821161	-1.658476	0.0979
DYS(-2)	0.321293	0.358784	0.895506	0.3710

Effects Specification

Period fixed (dummy variables)			
R-squared	-0.524145	Mean dependent var	-0.087452
Adjusted R-squared	-0.570939	S.D. dependent var	0.150442
S.E. of regression	0.188559	Sum squared resid	16.21293
F-statistic	22.59075	Durbin-Watson stat	3.163734
Prob(F-statistic)	0.000000	Second-Stage SSR	6.281030
Instrument rank	15		

7. まとめ

EViewsでは実行できませんが、この他の推定量としてKiviet (1995)が提案したバイアス修正ダミー変数最小二乗推定量 (LSDVC)があります。この推定量は、あらかじめAH推計し、その結果からバイアスを計算します。その推定されたバイアスを使って推定値を修正する方法です。ただし、アンバランスト・パネルデータには適用できません。

最後に、各種推計法の、時系列数 (T) とクロス・セクション数 (N) が異なるケースに関してモンテカルロ実験を行い各推定量の比較を行ったJudson and Owen (1999)の結果を掲載しておきます。

望ましい推計量			
時系列数: T	T ≤ 10	T = 20	T = 30
バランスト・パネル	LSDVC	LSDVC	LSDVC
アンバランスト・パネル	1-stepGMM	1-stepGMM,AH	LSDV

参考文献

- Arellano M. (1989) "A Note on the Anderson-Hsiao Estimator for Panel Data," *Economics Letters* 31, pp.337-341.
Arellano M. and S. R. Bond (1991) "Some Tests of Specification of Panel Data: Monte Carlo Evidence and

- an Application to Employment Equations,” *Review of Economic Studies* 58, pp.277-279.
- Barro R. J. (1979) “On the Determination of the Public Debt,” *Journal of Political Economy* 81, pp.940-971.
- Baltagi, B. (2008) *Econometric Analysis of Panel Data* 4th (Wiley).
- Blundell R. and S. R. Bond (1998) “Initial Conditions and Moment Restrictions in Dynamic Panel Data Models,” *Econometric Reviews* 19, pp.115-143.
- Dahlberg M. and E. Johansson (2000) “An Examination of the Dynamic Behaviour of Local Governments Using GMM Bootstrapping Methods,” *Journal of Applied Econometrics* 15, pp.401-416.
- Greene W. (2008) *Econometric Analysis* 6th (Pearson)
- Judson, R. and A. Owen (1999) “Estimating Dynamic Panel Data Models: A Guide for Macroeconomists,” *Economics Letters* 65, pp.9-5.
- Holtz-Earlin D., Newey W., Rosen HS. (1988) “Estimating Vector Autoregressions with Panel Data,” *Econometrica* 56, pp.1371-1395.
- Holtz-Earlin D., Newey W., Rosen HS. (1992) “The Revenues-Expenditures Nexus: Evidence from Local Government Data,” *International Economic Review* 30, pp.415-429.
- Kiviet J. (1995) “On Bias, Inconsistency, and Efficiency of Various Estimations in Dynamic Panel DATA Models,” *Journal of Econometrics* 68, pp.53-78.
- Niskanen WA Jr. (1971) *Bureaucracy and Representative Government* (Chicago)