

製品差別化市場の効率化

高 崎 仁 良

1. 序

筆者はクールノー（Cournot）モデルに特定の Incentive Scheme を導入することにより、価格と限界費用の一致、つまり社会的余剰の最大化を達成できることを示した（文献 2, 3, 4, 7, 9, 12, 14, 15）。むろんある程度の仮定は必要となるが、その諸仮定は穏当なものであり、企業数は任意で良い。

次の課題はクールノー型以外のモデルに同じ、または同類の Incentive Scheme を導入することであった。

クールノーモデルでは予想以上に分析結果は良好であったと感じるが、それ以外のモデルではあまり期待は持てないと思っていた。ところが 2 社の生産物の競争力が同等で拮抗しているような製品差別化モデル（Chamberlin モデルまたは独占的競争モデルともいう）では、同じ Incentive Scheme を導入することにより、かなり明解な分析が可能になることがわかった（文献 8）。社会的余剰の最大化までは望めないことは、当初の予想通りであったが、通常の独占的競争均衡に対する経済厚生改善という結果が得られることがわ

かった。消費者価格が低下するのである。

この結果の副産物として、2 財が互いに粗補完財である場合には、この Incentive Scheme を適用してはならないこともわかった。適用すると、両財価格は通常の均衡価格より高くなってしまっているのである。

そこで用いた分析手法は、筆者が別のテーマで著わした諸論文（文献 1, 5, 6, 9, 13, 16, 17）で用いたのと同じのものが有効に使えたことも幸運であった。

次節では本研究に先行する分析結果、つまりクールノーモデルを対象とした分析結果の概略を述べる。3 節が本稿の主要な部分である。4 節では単純化したモデルで例を示す。この方がわかりやすいかも知れない。5 節で結論をまとめる。類似の研究が無いため、参考文献はほとんどが拙稿となった。

2. 先行研究の概略

例として次のような状況を想定しよう。

国有国営の企業が 2 社に分割され、市場はクールノー複占となった。それぞれ企業 1、企業 2 と

呼ぶ。この 2 社以外に競争相手はいない。次の二つのケースを比較する。

- ① 2 社は民有民営となり、通常のナッシュ・クールノー均衡が成立した。
- ② 2 社は国有民営となり、株主側である政府は 2 社の経営者 (もしくは経営陣) に次のような報酬支払方式を設定した。A>B>C である三つの金額 A, B, C を固定し、利潤の大きかった方の企業の経営者に A 円を支払い、利潤の小さかった方の経営者に C 円を支払う。両社の利潤が等しければ、両経営者に B 円を支払う。

容易に本質を理解するために、モデルを簡単にする。企業 1 の生産販売量を x_1 、企業 2 のそれを x_2 とし、両社の費用関数は

$$C_i = mx_i \quad i=1, 2 \quad m \geq 0$$

とする。便宜上、先の経営者報酬 A, B, C は費用として定義せず、この費用関数に含まれないものとする。市場の (逆) 需要関数は $x_1 + x_2 = x$ として

$$p = -x + a \quad \text{if } 0 \leq x \leq a$$

$$p = 0 \quad \text{if } a < x$$

$$a > m$$

とする。ここで $a > m$ の条件が満たされないと市場が成立しない。

図 1 の N 点は②の場合のゲームの、純粋戦略からなるものとしては唯一のナッシュ均衡である。M 点は①の場合のナッシュ・クールノー均衡である。N 点が表すナッシュ均衡は、弱支配戦略の組にもなっていることに注目されたい。②の場合の解

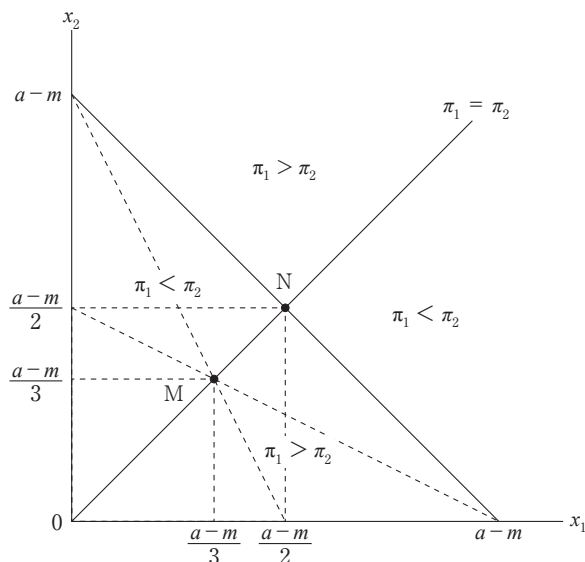
$$x_i = \frac{a-m}{2} \quad i=1, 2$$

を上記需要関数に代入すれば $p = m$ が得られる。つまり価格と限界費用は一致し、社会的余剰は最大になるのである。この結果はより一般的な費用関数、需要関数のもとで、任意の企業数について成り立つ。

3. 主な分析

以下で 2 種類の財のみのモデルを考察するが、

図 1



それらの財の名称、数量ともに x, y で表す。2 財の需要関数は $x=f(p_x, p_y)$ および $y=g(p_x, p_y)$ で表す。これらを含め以後使用する関数はすべて 2 階連続微分可能なものとする。さらに技術上扱いやすくするために、これら 2 つの財の間に以下の仮定 1 と仮定 2 で表される「対称性」を設ける。この対称性は序文で述べたように、差別化された 2 財が互いに同等の競争力をもつことを意味する。

仮定 1 以下で扱う 2 財は単位を適当に調整することにより、費用関数 $C(\)$ が同一になるものとする。その調整された単位のもとの価格を p_x, p_y とする。以下では正の価格しか考えない。したがって価格を変数とする諸関数の定義域は R_{++}^2 である。

仮定 2 二つの需要関数 $x=f(p_x, p_y)$ $y=g(p_x, p_y)$ はすべての $a, b \in R_{++}$ につき

$$f(a, b) = g(b, a) \quad \dots (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial a} f(a, b) = \frac{\partial}{\partial a} g(b, a) < 0 \quad \dots (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial b} f(a, b) = \frac{\partial}{\partial b} g(b, a) \quad \dots (3)$$

$$\left| \frac{\partial}{\partial a} f(a, b) \right| > \left| \frac{\partial}{\partial b} f(a, b) \right| \quad \dots (4)$$

式 (2) の値は負と仮定したが、これは通常の仮定であり、式 (3) の値は正にも負にもなるものとする。もちろんその符号は粗代替と粗補完の定義に関係する。

x, y を生産販売する企業もそれぞれ企業 x , 企業 y と呼び、その利潤をそれぞれ π_x, π_y で表す。 x, y の限界費用もそれぞれ $C'(x)=MC(x)$, $C'(y)=MC(y)$ で表す。 $\pi_x=p_x x - C(x)$, $\pi_y=p_y y - C(y)$

となる。

2 社が価格を戦略として競争するとき、その均衡においては次の式 (5) (6) が成立する。

$$x + \frac{\partial}{\partial p_x} f(p_x, p_y) \{p_x - MC(x)\} = 0 \quad \dots (5)$$

$$y + \frac{\partial}{\partial p_y} g(p_x, p_y) \{p_y - MC(y)\} = 0 \quad \dots (6)$$

これらの左辺 (限界利潤) を簡略にして

$$\phi(p_x, p_y) = 0 \quad \dots (5')$$

$$\varphi(p_x, p_y) = 0 \quad \dots (6')$$

と表記しよう。

2 つの企業の利潤の差額を次の記号で表す。

定義 1 $\pi_x - \pi_y \equiv {}_x \Delta_y$ $\pi_y - \pi_x \equiv {}_y \Delta_x$

次に以下の Incentive Scheme を導入する。

Incentive Scheme

$A > B > C$ である三つの金額 A, B, C を設定し、企業 i の経営者 (以後プレイヤー i とも呼ぶ) には経営報酬として、 $\pi_i > \pi_j$ のとき A 円を、 $\pi_i = \pi_j$ のとき B 円を、 $\pi_i < \pi_j$ のとき C 円を支払う ($i, j = x, y$ $i \neq j$)。

この Incentive Scheme をゲームのルールと考え、以下では純粋戦略のみを扱う。

補題 1 上記の Incentive Scheme のもとのゲームの均衡 (ナッシュ均衡) においては、 $\pi_x = \pi_y$ である。

(証明) $\pi_x > \pi_y$ であったとしよう。このときプレイヤー y は $p_x = p_y$ である p_y に戦略変更することにより $\pi_x = \pi_y$ にでき、したがって利得を C から B に引き上げることができる。 $p_x = p_y$ なら仮

定 2 の式 (1) により $x=y$ で, 仮定 1 により $C(x) = C(y)$ だからである。 $\pi_x < \pi_y$ のときも同様。いずれも均衡の定義に反する。 QED

均衡においては

$$\frac{\partial}{\partial p_x} x \Delta_y = 0 \quad \frac{\partial}{\partial p_y} y \Delta_x = 0$$

である。なぜなら補題 1 で示したようにこのとき両社の利潤は等しい (両経営者は報酬 B を得ている) ので, もし上式の値が正 (負) の企業があればその企業の経営者は価格をわずかに上げる (下げる) ことにより, 報酬を B から A に引き上げることができ, 均衡の定義に反するからである。上式を少し詳しく書けば以下の式 (7) (8) のようになる。

$$\phi(p_x, p_y) = \frac{\partial}{\partial p_x} g(p_x, p_y) \{p_y - MC(y)\} \dots (7)$$

$$\varphi(p_x, p_y) = \frac{\partial}{\partial p_y} f(p_x, p_y) \{p_x - MC(x)\} \dots (8)$$

比較の単純化のため次のことを仮定する。

仮定 3 式 (5') (6') の解と式 (7) (8) の解はそれぞれ正で一意的に存在する。

式 (5') (6') の解と式 (7) (8) の解をそれぞれ順に

$$(p_x^0, p_y^0) \quad (p_x^*, p_y^*)$$

と書こう。次の補題が成り立つ。

補題 2 式 (7) (8) が成立しているときには

$$p_x^* = p_y^* \dots (9)$$

$$x^* = y^* \dots (10)$$

である。

(証明) 仮定 2 の式 (1) より $f(p_y, p_x) = g(p_x,$

$p_y)$ だが, 式 (2) (3) より次の一連の等式が成り立つ。

$$\frac{\partial}{\partial p_y} f(p_y, p_x) = \frac{\partial}{\partial p_y} g(p_x, p_y)$$

$$\frac{\partial}{\partial p_x} f(p_y, p_x) = \frac{\partial}{\partial p_x} g(p_x, p_y)$$

$$\frac{\partial}{\partial p_x} g(p_y, p_x) = \frac{\partial}{\partial p_x} f(p_x, p_y)$$

$$\frac{\partial}{\partial p_y} g(p_y, p_x) = \frac{\partial}{\partial p_y} f(p_x, p_y)$$

したがって p_x と p_y とを入れ替えると, 式 (7) は式 (8) になり, 式 (8) は式 (7) になる。連立方程式の解は式の順番を入れ替えても変わらない。仮定 3 により解は一意である。したがって

$$p_x^* = p_y^*$$

が得られ, これと式 (1) から

$$x^* = f(p_x^*, p_y^*) = g(p_x^*, p_y^*) = y^*$$

が成り立つ。 QED

定義 2 $\frac{\partial}{\partial p_y} f(p_x, p_y) > 0$ かつ $\frac{\partial}{\partial p_x} g(p_x, p_y) > 0$

のとき, x と y は (p_x, p_y) の近傍で互いに粗代替財 (gross substitutes) であるという。また,

$$\frac{\partial}{\partial p_y} f(p_x, p_y) < 0 \quad \text{かつ} \quad \frac{\partial}{\partial p_x} g(p_x, p_y) < 0$$

のとき, x と y は (p_x, p_y) の近傍で互いに粗補完財 (gross complements) であるという。(粗代替性は超過需要関数または超過供給関数の上で定義されることがある—文献 10 P 221—)

補題 3 $P_x^* > MC(x^*) \quad P_y^* > MC(y^*) \dots (11)$

(証明) 仮定 1 と補題 2 により

$$P_x^* - MC(x^*) = P_y^* - MC(y^*) \dots (12)$$

であることがわかる。このことと仮定 2 を用いれば式 (7) (8) は次のように書ける。

$$x^* + \left\{ \frac{\partial}{\partial p_x} f(p_x^*, p_y^*) - \frac{\partial}{\partial p_x} g(p_x^*, p_y^*) \right\}$$

$$\times \{p_x^* - MC(x^*)\} = 0$$

$$y^* + \left\{ \frac{\partial}{\partial p_y} g(p_x^*, p_y^*) - \frac{\partial}{\partial p_y} f(p_x^*, p_y^*) \right\}$$

$$\times \{p_y^* - MC(y^*)\} = 0$$

式 (11) を否定すると (粗代替の場合も粗補完の場合も) この式が成立しないことが式 (4) からわかる。

QED

以下表記の簡単化のため次の略記を用いる。

$$\phi_x \equiv \frac{\partial}{\partial p_x} \phi(p_x, p_y) \quad \dots (13)$$

$$\phi_y \equiv \frac{\partial}{\partial p_y} \phi(p_x, p_y) \quad \dots (14)$$

$$\varphi_x \equiv \frac{\partial}{\partial p_x} \varphi(p_x, p_y) \quad \dots (15)$$

$$\varphi_y \equiv \frac{\partial}{\partial p_y} \varphi(p_x, p_y) \quad \dots (16)$$

また次は寡占市場の安定条件としてしばしば仮定されるものである。

$$\text{仮定 4} \quad \phi_x < 0, \varphi_y < 0, \begin{vmatrix} \phi_x & \phi_y \\ \varphi_x & \varphi_y \end{vmatrix} > 0$$

次の列ベクトルを定義する。

$$\text{定義 3} \quad F(p_x, p_y) \equiv \begin{bmatrix} -\phi(p_x, p_y) \\ -\varphi(p_x, p_y) \end{bmatrix} \quad \dots (17)$$

仮定 4 により式 (17) のヤコビアンの主小行列式はすべて正である。(すべての主小行列式が正であるような正方行列は P 行列と呼ばれ—文献 11—, また経済学の分野では Hicksian —ヒックス行列—と呼ばれる—文献 10 P 209—。)

式 (5') (6') (7) (8) から次のことがいえる。

粗代替財のケース (少なくとも $\frac{\partial}{\partial p_y} f(p_x^*, p_y^*) > 0$

および $\frac{\partial}{\partial p_x} g(p_x^*, p_y^*) > 0$) では

$$F(p_x^*, p_y^*) < F(p_x^0, p_y^0) \quad \dots (18)$$

となり, 粗補完財のケース (少なくとも

$\frac{\partial}{\partial p_y} f(p_x^*, p_y^*) < 0$ および $\frac{\partial}{\partial p_x} g(p_x^*, p_y^*) < 0$)

では

$$F(p_x^*, p_y^*) > F(p_x^0, p_y^0) \quad \dots (19)$$

である。Gale & Nikaido (文献 11) の定理 3 により式 (18) は

$$(p_x^*, p_y^*) > (p_x^0, p_y^0)$$

の領域で解をもたず, 式 (19) は

$$(p_x^*, p_y^*) < (p_x^0, p_y^0)$$

の領域で解をもたない。我々のモデルの対称性から

$$p_x^* = p_y^* \quad p_x^0 = p_y^0$$

であり, 式 (5') (6') と式 (7) (8) との違いから

$$(p_x^*, p_y^*) \neq (p_x^0, p_y^0)$$

である。したがって次の不等式と以下の命題を得る。

$$\text{粗代替財の場合} \quad p_x^* < p_x^0 \quad p_y^* < p_y^0 \quad \dots (20)$$

$$\text{粗補完財の場合} \quad p_x^* > p_x^0 \quad p_y^* > p_y^0 \quad \dots (21)$$

命題 粗代替財 (粗補完財) の場合には我々の Incentive Scheme により価格は低下 (上昇) する。また仮定 2 の式 (4) から, Incentive Scheme により粗代替財 (粗補完財) の場合には需要量と生産販売量は増加 (減少) する。

この命題は Chamberlin モデルにおける, 我々の Incentive Scheme による経済厚生 of 改善を意味している。

なお別稿でも述べたように, ここで用いた Incentive Scheme は次のように一般化できる。

一般化された Incentive Scheme

$$z > 0 \Rightarrow h(z) > h(0), \quad z < 0 \Rightarrow h(z) < h(0)$$

であるような実変数関数 h を用いて、プレイヤー i の利得を $h_i(\Delta_j)$ とする ($i, j = x, y \quad i \neq j$)。

4. 簡単な例

前節で考察した内容を単純化したモデルで示す。論点の分かりやすさではより役に立つと思うからである。

企業 x と企業 y の費用関数はそれぞれ

$$C_x = mx \quad C_y = my \quad m > 0$$

とする。これは収穫一定 (1 次同次の生産関数) のもとで、両財の単位を適当に調整し、平均費用をそろえたものである。2 財の価格はそれぞれこの調整後の 1 単位の価値を表すものとする。

需要関数を下の 1~4 の条件を満たす 1 次関数

$$x = ap_x + bp_y + c \quad y = bp_x + ap_y + c$$

$$1. \ a < 0 \quad 2. \ |a| > |b|$$

$$3. \ c > 0 \quad 4. \ am + bm + c > 0$$

とする。「対称的」な構造の理由は前に述べた通りである。上に挙げた諸条件の内、1 は通常なされる仮定であり、2 は自価格効果の方が他価格効果より大きいという条件である。3 は 2 と 4 から導かれるのだが、我々が必要と考える価格の範囲で需要量が正になるように、「十分大きな正の値」と解釈していただきたい。細かい数学的記述を行わないのは、経済学的理解の容易さを優先するためであり、この点は本稿全体で配慮している。4 は、企業利潤が負にならない最低限度の価格のもとでの需要が正であるというもので、市場での取引が成立する状況を分析したい我々のモデルにとって当然のものである。このモデルが前節での諸仮定を満たすことにも注意されたい。

費用関数の変数に需要関数を代入し、利潤を価

格の関数として表示した上で、それぞれの価格に関するそれぞれの利潤の最大化を考えると、次式を得る。

$$\begin{bmatrix} 2a & b \\ b & 2a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ma - c \\ ma - c \end{bmatrix}$$

これを解いて製品差別化のもとでの均衡価格が次のように求まる。

$$p_x^0 = p_y^0 = \frac{ma - c}{2a + b}$$

1~4 の条件からこの値は正である。

一方、前節の定義 1 で定義した利潤の差額

$$\pi_x - \pi_y \equiv {}_x\Delta_y \quad \pi_y - \pi_x \equiv {}_y\Delta_x$$

をそれぞれ価格に関して最大化した場合を見よう。我々の Incentive Scheme のもとでの均衡価格として

$$p_x^* = p_y^* = \frac{m(a - b) - c}{2a}$$

を得る (図 2 を参照)。1~4 の条件からこの値も正である。これはまた各企業の弱支配戦略になっていることにも注意されたい。

$$p_x^0 - p_x^* = p_y^0 - p_y^* = \frac{b(ma + mb + c)}{2a(2a + b)}$$

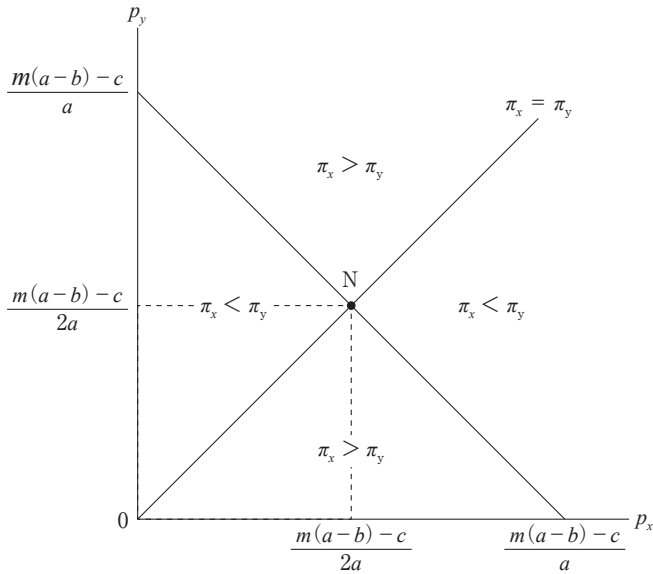
であることが容易に計算できる。次の結果を得る。

$$b > 0 \Rightarrow (p_x^0 > p_x^*) \wedge (p_y^0 > p_y^*)$$

$$b < 0 \Rightarrow (p_x^0 < p_x^*) \wedge (p_y^0 < p_y^*)$$

上段は 2 財が互いに粗代替財である場合であり、下段は 2 財が互いに粗補完財である場合である。また粗代替財 (粗補完財) の場合には、需要量と生産販売量は増加 (減少) することが需要関数からすぐわかる。これは前節で得た命題に相当する。

図 2



5. 結び

2社の競争力が同等で拮抗しているような製品差別化市場に我々の Incentive Scheme を導入すれば、消費者価格が低下することを本文で示した。両財の消費者価格の低下は消費者余剰の増加と生産販売量の増加を意味する。つまり経済厚生が改善される（補題3で需要価格が限界費用を超えていることが示されているので、生産販売量の増加がある以上、生産者余剰を計算する必要はない）。

他方、同様のモデルで両財が粗補完財である場合には、この Incentive Scheme を適用してはならない。両財の価格が上昇し、経済厚生が悪化してしまうからである。今後の研究方向としては企業数を3社以上に一般化することが考えられる。

参考文献

- (1) 高崎仁良「異種産業間の合併：補完財のケース」京都大学経済学会『経済論叢』132巻5・6号、1983年11・12月
- (2) 高崎仁良「国有企業の効率化に関する一考察」明治学院大学経済学会『経済研究』108号、1997年3月
- (3) 高崎仁良「民営化と産業再編成」日本評論社『経済セミナー』2004年4月号
- (4) 高崎仁良「民営か競争か」明治学院大学経済学会『経済研究』135号、2006年2月
- (5) 高崎仁良「M&Aと経済厚生：連関財を中心に」明治学院大学経済学会『経済研究』136号、2006年7月
- (6) 高崎仁良「M&Aと国民経済」明治学院大学経済学会『経済研究』145号、2012年1月
- (7) 高崎仁良著・楊川訳（中国語）「国有企业机制改革的具体构想—基于博弈论的理论模型设计」明治学院大学経済学会『経済研究』145号、2012年1月
- (8) 高崎仁良「寡占産業の効率化」明治学院大学経済学会『経済研究』148号、2014年7月
- (9) 高崎仁良『ミクロ経済学と時事問題』春風社2013年3月
- (10) Arrow, Kenneth J., and Hahn, F.H. "General Competitive Analysis", Holden-Day, 1971
- (11) Gale, D., and Nikaido, H., 'Jacobian Matrices and Global Univalence of Mappings', Mathematische Annalen, 159, issue 2, 1965
- (12) Takasaki, J., 'An Incentive Scheme towards Efficiency in Public Industry', Working Paper, 1995

- (13) Takasaki, J., 'Inter-Industrial Collusion with Complementary Goods', Working Paper, 1995
- (14) Takasaki, J., 'Are Private Industries more Efficient than State-Owned One?', Working Paper, 1999
- (15) Takasaki, J., 'A Public Scheme toward Efficiency in Oligopolistic Market', Working Paper, 1999
- (16) Takasaki, J., 'Inter-Industrial Integration with Related Goods in Demand', Working Paper, 2003
- (17) Takasaki, J., 'Inter-Industrial Integration: M&A with Related Goods in Demand', 明治学院大学経済学会『経済研究』151号, 2016年1月